

АНОТАЦІЯ

Лись Д. А. Моделі, методи та засоби математичного моделювання динамічних станів парорідинних двофазних систем. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 121 — Інженерія програмного забезпечення. — Національний університет «Одеська політехніка», Одеса, 2023.

В роботі було вирішено важливу науково-практичну задачу, яка полягає у створенні моделей та методів числового моделювання динамічних станів парорідинних двофазних систем — ґрунтуючись на підході узагальнення, а також у розробці інструментальних програмно-алгоритмічних засобів моделювання, які забезпечують конструктивний розв'язок задач в практиці досліджень та інженерних розрахунків для широкої гами енергетичних процесів і об'єктів природного походження та технологічного призначення.

За результати дослідження низки промислово важливих (зокрема, в енергетиці, добувній, хімічній, переробній галузях промисловості тощо) та поширених у природі (наприклад, рух ґрунтових вод, розповсюдження рідких та газо- і пароподібних забруднень, випаровування з відстійників та фільтраційних споруд тощо) процесів і об'єктів показано, що їх фізичний перебіг визначають динамічні стани у парорідинних двофазних системах. При цьому було відзначено, що хвильова динаміка двофазних систем являє собою новий розділ механіки гетерогенних систем та теплофізики, який набуває останнім часом інтенсивного розвитку.

Разом з тим було зазначено, що брак розвинутої теоретичної бази та вичерпних практичних досліджень у цій області потребують залучення сучасних результатів нелінійної хвильової динаміки, розробки нових способів врахування міжфазної взаємодії, використання сучасних моделей хвильових рухів, зокрема таких як «ударні хвилі» та «пакетні хвилі». Водночас показано дієвість та конструктивність застосування апарату варіаційних нерівностей для розробки

адекватних математичних моделей нерівновагових динамічних станів парорідинних двофазних систем.

Виконано аналіз питань математичного опису та машинних методів математичного моделювання динамічних станів парорідинних двофазних систем, який дозволив визначити проблематику задач теоретичного та практичного характеру, що виникають при цьому.

Запропоновано та узагальнено математичні моделі рівновагових та нерівновагових динамічних станів парорідинних двофазних систем для найбільш поширених їх проявів: режиму утворення та розповсюдження хвиль, бульбашкового режиму та випадку з границею розділу компонент у рідинній складовій. Також запропоновано методи їх (моделей) числової реалізації, саме: для рівновагових динамічних станів метод зводиться до дискретизації неперервних математичних моделей за явно-неявною схемою та подальшого розв'язування результуючої системи дискретних алгебраїчних рівнянь за ітераційним процесом Зейделя, а для нерівновагових динамічних станів метод полягає у розв'язуванні оптимізаційної задачі і зводиться до пошуку максимуму функції Гамільтона, записаної для розширеної узагальненої математичної моделі досліджуваного динамічного стану.

Розроблено комплекс комп'ютерних проблемно-орієнтованих інструментальних програмних засобів моделювання за допомогою яких виконано числове дослідження запропонованих математичних моделей рівновагових та нерівновагових динамічних станів парорідинних двофазних систем при розв'язуванні низки реальних прикладних задач, що підтвердило коректність та спроможність цих моделей для практичного застосування.

Ключові слова: динамічний стан, парорідинна двофазна система, хвильовий процес, бульбашковий режим, математична модель, моделювання, числовий метод.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові роботи, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Положаєнко С. А. Математична формалізація динамічних станів парорідинних двофазних систем [Текст] / С. А. Положаєнко, Д. А. Лись // *Інформатика та математичні методи в моделюванні*, 2021. Т. 11, № 1-2. С. 136–143. <https://doi.org/10.15276/imms.v11.no1-2.134>. (**Index Copernicus, ICV 2014: 66.39 Google Scholar**). URL: <http://immm.opu.ua/#a23>; http://immm.opu.ua/files/archive/n1-2_v11_2021/immm_n1_2_v11_2021.pdf

2. Polozhaenko S. Modeling of wave processes in two-phase gas-liquid systems [Текст] / S. Polozhaenko. Lys D. // *Colloquium-journal*. Part 1, 2021. № 32 (119). Р. 37–41. <https://doi.org/10.24412/2520-6990-2021-32119-37-41>. (**Index Copernicus**). URL: <http://www.colloquium-journal.org/wp-content/uploads/2021/11/colloquium-journal-32119-chast-1.pdf>; <http://www.colloquium-journal.org/32119-2>

3. Положаєнко С. А. Моделювання хвильових процесів у газорідинних системах [Текст] / С. А. Положаєнко, Д. А. Лись // *Математичне та комп'ютерне моделювання*. Серія: Технічні науки : зб. наук. праць / Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка; [редкол.: О. М. Хіміч (відп. ред.) та ін.]. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2021. Вип. 22. С. 88–96. <https://doi.org/10.32626/2308-5916.2021-22.88-96>. (**Bielefeld Academic Search, Engine, Citefactor, Cosmos Impact Factor Crossref, JIFACTOR, General Impact Factor, Google Академія, InfoBase Index, International Citation, Index of journal impact factor & indexing, OpenAIRE, PKP Index, ResearchBib, Scientific Indexing Services, WorldCat, Наукова періодика України НБУВ**). URL: <http://mcm-tech.kpnu.edu.ua/issue/archive>

4. Lys Daria. Analysis of calculation methods, obtaining estimates and

ensuring the accuracy of simulation of control objects [Текст] / *Daria Lys* // *Scientific Collection «InterConf», (90): with the Proceedings of the 4th International Scientific and Practical Conference «Current Issues and Prospects for the Development of Scientific Research»* (December 7-8, 2021). Orléans, France: Epi, 2021. P. 485–499. <https://doi.org/10.51582/interconf.7-8.12.2021.055>. (**Index Copernicus, Citefactor, LinkedInSlideShare, Issuu, Calaméo, Google Scholar**). URL: <https://www.interconf.top/documents/2021.12.7-8.pdf>
<https://www.interconf.top/archive.html>

5. Лись Д. А. Математична модель динамічного стану парорідинної суміші у пластових структурах [Текст] / Д. А. Лись // *Праці VIII Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю. П. Кунченка* : Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 25–26 травня, 2021. С. 43–45. (**Index Copernicus CrossRef, Bielefeld Academic Search Engine, Directory of Open Access Journals, ESJI, Google Академія, ResearchBib, WorldCat Наукова періодика України НБУВ**) URL: <https://chdtu.edu.ua/osnp/materials>.

6. *Lys Daria*. Problems of basic objective of simulation and identification of dynamic states of vapor-liquid two-phase systems [Текст] / *Lys Daria* // *Sectoral research XXI : characteristics and features: collection of scientific papers «SCIENTIA» with Proceedings of the III International Scientific and Theoretical Conference* Chicago, USA : European Scientific Platform. April 22, 2022. Vol. 2. P. 78–80 ISBN 979-8-88526-804-2 <https://doi.org/10.36074/scientia-22.04.2022> (**CrossRef, OUCI, Google Scholar**) URL: https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/scientia/issue/view/22.04.2022?utm_source=eSputnikromo&utm_medium=email&utm_campaign=Konferenc%D1%96ja_%7C_Status:_o_publ%D1%96kovano&utm_content=1499726888;
<https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/scientia/issue/view/22.04.2022/733>

7. *Lys Daria*. Mathematical models for formation and diffusion of waves in vapor-liquid two-phase systems [Текст] / *Lys Daria* // *The XVI International Scientific and Practical Conference «Innovative trends of science and practice, tasks and ways to*

solve them», April 26–29. Athens, Greece, 2022. P. 682–687 ISBN – 979-8-88526-740-3 <https://doi.org/10.46299/ISG.2022.1.16> (CrossRef, OUCI, Google Scholar, Academic Resource Index (eserchBib), Bowker, УкрІнтел) URL: <https://isg-konf.com/innovative-trends-of-science-and-practice-tasks-and-ways-to-solve-them/>

8. Лись Д. А. Математична формалізація та обчислювальна реалізація динамічної моделі для середовища з дисипативним ефектом [Текст] / Д. А. Лись // *Науковий простір: актуальні питання, досягнення та інновації* : матеріали III Міжнародної наукової конференції. Міжнародний центр наукових досліджень. Хмельницький : Вінниця: Європейська наукова платформа, 13 травня, 2022 р. С. 310–313 УДК 001 (08), ISBN 978-617-8037-75-8, <https://doi.org/10.36074/mcnd-13.05.2022> (Google Scholar, CrossRef, ORCID & OUCI) URL: <https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/mcnd/issue/view/13.05.2022/743>; https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/mcnd/issue/view/13.05.2022?utm_source=eSputnik = [promo&utm_medium=email&utm_campaign=Konferenc%D1%96ja_%7C_Status:_opubl%D1%96kovano&utm_content=1499726888](https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/mcnd/issue/view/13.05.2022?utm_source=eSputnik&utm_medium=email&utm_campaign=Konferenc%D1%96ja_%7C_Status:_opubl%D1%96kovano&utm_content=1499726888)

9. Лись Д. А. Розробка узагальненої математичної моделі рівновагових динамічних станів парорідинних двофазних систем [Текст] / Д. А. Лись // матеріали Дванадцятій Міжнародної наукової конференції студентів та молодих учених «Сучасні інформаційні технології – 2022» «Modern Information Technology – 2022» (19-20 травня 2022 р., м. Одеса) / МОН України; Державний університет «Одеська політехніка»; Ін-т комп'ют. систем. Одеса : Наука і техніка, 2022. С. 122-123 ISSN 2708-311X; УДК 004.91(063)M341 URL: http://ics_conf.tilda.ws/ukr; <https://drive.google.com/file/d/1tRDt3ddXv6LvEGLRtbc5SjQYJg2eg0tH/view?usp=sharing>

10. Fomin O. Interpretation of Dynamic Models Based on Neural Networks in the Form of Integral-Power Series [Текст] / O. Fomin, S. Polozhaenko, V. Krykun, A. Orlov, D. Lys // In: Arsenyeva, O., Romanova, T., Sukhonos, M., Tsegelnyk, Y. (eds) *Smart Technologies in Urban Engineering*. STUE 2022. Lecture Notes in Networks and

Systems, 2022. Vol 536. Springer, Cham. P. 258–265 https://doi.org/10.1007/978-3-031-20141-7_24 (Scopus, Web of Science Core Collection, INSPEC, WTI Frankfurt eG, zbMATH, SCImago) – URL: <http://stue.kname.edu.ua/proceedings/>; https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-20141-7_24

11. Polozhaenko S. Interpretation Method for Dynamic States Neural Network Models [Текст] / S. Polozhaenko, O. Fomin, A. Orlov, V. Krykun, D. Lys // *IEEE Third International Conference on System Analysis & Intelligent Computing (SAIC)* (October 4-6, 2022), 2022. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/SAIC57818.2022.9923008>; ISBN:979-8-3503-9674-4; ISBN:979-8-3503-9675-1; (Springer link, IEEE Xplore Digital Library and Indexing databases (Scopus, Web of Science and etc) – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9923008/authors#authors>; <https://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome/9922952/proceeding?isnumber=9922911&pageNumber=2>

12. Лись Д. А., Прокоф'єв А.Ю. Моделювання динамічного стану ударних хвиль у парорідинних двофазних системах [Текст] / Д. А. Лись, А. Ю. Прокоф'єв // «Сучасні Інформаційні Технології 2023»: матеріали XIII міжнародної наукової конференції студентів та молодих вчених (18-19 травня 2023 р., м. Одеса) / МОН України; Національний університет «Одеська політехніка»; Ін-т комп'ют. систем. Одеса : Наука і техніка, 2023. С. 159–161 ISSN 2708-311X URL: https://drive.google.com/file/d/1ERFn923_zrEXiPcGj8S0dbSb4K6ToDE/view

13. Лись Д. А., Прокоф'єв А. Ю. Розробка та числова реалізація математичної моделі гравітаційної хвилі на границі поділу двошарової рідинної системи [Текст] / Д. А. Лись, А. Ю. Прокоф'єв // *Інформатика та математичні методи в моделюванні*. 2023. Т. 13, № 1-2. С. 97–103. <https://doi.org/10.15276/imms.v13.no1-2.97>. (Index Copernicus, ICV 2014: 66.39 Google Scholar) URL: <http://immm.opu.ua/#a23>; http://immm.opu.edu.ua/files/archive/n1-2_v13_2023/immm_n1-2_v13_2023.pdf

ABSTRACT

Lys D. Models, methods and means of mathematical modeling of dynamic states of vapor-liquid two-phase systems. – Qualifying scientific work as a copyrights manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the doctor of philosophy on a specialty 121 — Software engineering. — Odessa Polytechnic National University, Odessa, Ukraine, 2023.

The work solved an important scientific and practical task, which consists in the creation of models and methods of numerical simulation of dynamic states of vapor-liquid two-phase systems – based on the unification approach, as well as in the development of instrumental software and algorithmic modeling tools that provide a constructive solution to problems in practice research and engineering calculations for a wide range of energy processes and objects of natural origin and industrial type.

According to the results of the study, a number of industrially important (in particular, in energy, mining, chemical, processing industries, etc.) and common in nature (eg, groundwater movement, distribution of liquid and gaseous and vapor pollutants, evaporation from settling tanks and filtration facilities, etc.) and objects, it is shown that their physical course is determined by dynamic states in vapor-liquid two-phase systems. It was noted that the wave dynamics of two-phase systems is a new branch of the mechanics of heterogeneous systems and thermophysics, which has recently been intensively developed.

However, it was noted that the lack of developed theoretical basis and comprehensive practical research in this area requires the use of modern results of nonlinear wave dynamics, development of new ways to account for interphase interaction, use of modern models of wave motion, such as shock waves and packet waves». At the same time, the efficiency and constructiveness of the application of the apparatus of variational inequalities for the development of adequate mathematical models of nonequilibrium dynamic states of vapor-liquid two-phase systems are shown.

The analysis of questions of mathematical description and machine methods of mathematical modeling of dynamic states of vapor-liquid two-phase systems is carried out, which allowed to determine the problems of theoretical and practical problems that arise in this case.

Mathematical models of equilibrium and nonequilibrium dynamic states of vapor-liquid two-phase systems for the most common manifestations are proposed and generalized: the mode of wave formation and propagation, bubble mode and the case with the interface of components in the liquid component. Methods of their (models) numerical realization are also offered, namely: for equilibrium dynamic states the method is reduced to discretization of continuous mathematical models by implicit scheme with weights and further solution of the obtained system of discrete equations by Seidel iterative procedure, and for nonequilibrium dynamic states the method consists in solving the optimization problem and is reduced to finding the maximum of the Hamilton function written for the extended generalized mathematical model of the studied dynamic state.

A set of computer problem-oriented modeling software tools was developed, which performed a numerical study of the proposed mathematical models of equilibrium and nonequilibrium dynamic states of vapor-liquid two-phase systems in solving a number of real applications, which confirmed the correctness and ability of these models for practical application.

Keywords: dynamic state, vapor-liquid two-phase system, wave process, bubble mode, mathematical model, modeling, numerical method.

LIST OF PUBLICATIONS OF THE AUTHOR

1. Положаєнко С. А. Математична формалізація динамічних станів парорідинних двофазних систем [Текст] / С. А. Положаєнко, Д. А. Лись // *Інформатика та математичні методи в моделюванні*, 2021. Т. 11, № 1-2. С. 136–143. <https://doi.org/10.15276/imms.v11.no1-2.134>. (**Index Copernicus, ICV 2014: 66.39 Google Scholar**). URL: <http://immm.opu.ua/#a23>; http://immm.opu.ua/files/archive/n1-2_v11_2021/immm_n1_2_v11_2021.pdf
2. Polozhaenko S. Modeling of wave processes in two-phase gas-liquid systems [Текст] / S. Polozhaenko. Lys D. // *Colloquium-journal*. Part 1, 2021. № 32 (119). Р. 37–41. <https://doi.org/10.24412/2520-6990-2021-32119-37-41>. (**Index Copernicus**). URL: <http://www.colloquium-journal.org/wp-content/uploads/2021/11/colloquium-journal-32119-chast-1.pdf>; <http://www.colloquium-journal.org/32119-2>
3. Положаєнко С. А. Моделювання хвильових процесів у газорідинних системах [Текст] / С. А. Положаєнко, Д. А. Лись // *Математичне та комп'ютерне моделювання*. Серія: Технічні науки : зб. наук. праць / Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка; [редкол.: О. М. Хіміч (відп. ред.) та ін.]. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2021. Вип. 22. С. 88–96. <https://doi.org/10.32626/2308-5916.2021-22.88-96>. (**Bielefeld Academic Search, Engine, Citefactor, Cosmos Impact Factor Crossref, JIFACTOR, General Impact Factor, Google Академія, InfoBase Index, International Citation, Index of journal impact factor & indexing, OpenAIRE, PKP Index, ResearchBib, Scientific Indexing Services, WorldCat, Наукова періодика України НБУВ**). URL: <http://mcm-tech.kpnu.edu.ua/issue/archive>
4. Lys Daria. Analysis of calculation methods, obtaining estimates and ensuring the accuracy of simulation of control objects [Текст] / Daria Lys // *Scientific Collection «InterConf», (90): with the Proceedings of the 4th International Scientific*

and Practical Conference «Current Issues and Prospects for the Development of Scientific Research» (December 7-8, 2021). Orléans, France: Epi, 2021. P. 485–499. <https://doi.org/10.51582/interconf.7-8.12.2021.055>. (**Index Copernicus, Citefactor, LinkedInSlideShare, Issuu, Calaméo, Google Scholar**). URL: <https://www.interconf.top/documents/2021.12.7-8.pdf>
<https://www.interconf.top/archive.html>

5. Лись Д. А. Математична модель динамічного стану парорідинної суміші у пластових структурах [Текст] / Д. А. Лись // *Праці VIII Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю. П. Кунченка* : Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 25–26 травня, 2021. С. 43–45. (**Index Copernicus CrossRef, Bielefeld Academic Search Engine, Directory of Open Access Journals, ESJI, Google Академія, ResearchBib, WorldCat Наукова періодика України НБУВ**) URL: <https://chdtu.edu.ua/osnp/materials>.

6. Lys Daria. Problems of basic objective of simulation and identification of dynamic states of vapor-liquid two-phase systems [Текст] / Lys Daria // *Sectoral research XXI : characteristics and features: collection of scientific papers «SCIENTIA» with Proceedings of the III International Scientific and Theoretical Conference* Chicago, USA : European Scientific Platform. April 22, 2022. Vol. 2. P. 78–80 ISBN 979-8-88526-804-2 <https://doi.org/10.36074/scientia-22.04.2022> (**CrossRef, OUCI, Google Scholar**) URL: https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/scientia/issue/view/22.04.2022?utm_source=eSputnikromo&utm_medium=email&utm_campaign=Konferenc%D1%96ja_%7C_Status:_o_publ%D1%96kovano&utm_content=1499726888;
<https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/scientia/issue/view/22.04.2022/733>

7. Lys Daria. Mathematical models for formation and diffusion of waves in vapor-liquid two-phase systems [Текст] / Lys Daria // *The XVI International Scientific and Practical Conference «Innovative trends of science and practice, tasks and ways to solve them»*, April 26–29. Athens, Greece, 2022. P. 682–687 ISBN – 979-8-88526-740-3 <https://doi.org/10.46299/ISG.2022.1.16> (**CrossRef, OUCI, Google Scholar**,

Academic Resource Index (eserchBib), Bowker, УкрІнтел) URL: <https://isg-konf.com/innovative-trends-of-science-and-practice-tasks-and-ways-to-solve-them/>

8. *Лись Д. А.* Математична формалізація та обчислювальна реалізація динамічної моделі для середовища з дисипативним ефектом [Текст] / *Д. А. Лись* // *Науковий простір: актуальні питання, досягнення та інновації* : матеріали III Міжнародної наукової конференції. Міжнародний центр наукових досліджень. Хмельницький : Вінниця: Європейська наукова платформа, 13 травня, 2022 р. С. 310–313 УДК 001 (08), ISBN 978-617-8037-75-8, <https://doi.org/10.36074/mcnd-13.05.2022> (**Google Scholar, CrossRef, ORCID & OUCI**) URL:

<https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/mcnd/issue/view/13.05.2022/743>;

https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/mcnd/issue/view/13.05.2022?utm_source=eSputnik=&utm_medium=email&utm_campaign=Konferenc%D1%96ja_%7C_Status:_opubl%D1%96kovano&utm_content=1499726888

9. *Лись Д. А.* Розробка узагальненої математичної моделі рівновагових динамічних станів парорідинних двофазних систем [Текст] / *Д. А. Лись* // матеріали Дванадцятій Міжнародної наукової конференції студентів та молодих учених «Сучасні інформаційні технології – 2022» «Modern Information Technology – 2022» (19-20 травня 2022 р., м. Одеса) / МОН України; Державний університет «Одеська політехніка»; Ін-т комп'ют. систем. Одеса : Наука і техніка, 2022. С. 122-123 ISSN 2708-311X; УДК 004.91(063)M341 URL:

http://ics_conf.tilda.ws/ukr;

<https://drive.google.com/file/d/1tRDt3ddXv6LvEgIRtbc5SjQYJg2eg0tH/view?usp=sharing>

10. Fomin O. Interpretation of Dynamic Models Based on Neural Networks in the Form of Integral-Power Series [Текст] / O. Fomin, S. Polozhaenko, V. Krykun, A. Orlov, D. Lys // In: Arsenyeva, O., Romanova, T., Sukhonos, M., Tsegelnyk, Y. (eds) *Smart Technologies in Urban Engineering*. STUE 2022. Lecture Notes in Networks and Systems, 2022. Vol 536. Springer, Cham. P. 258–265 <https://doi.org/10.1007/978-3->

031-20141-7_24 (Scopus, Web of Science Core Collection, INSPEC, WTI Frankfurt eG, zbMATH, SCImago) – URL: <http://stue.kname.edu.ua/proceedings/>;
https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-20141-7_24

11. Polozhaenko S. Interpretation Method for Dynamic States Neural Network Models [Текст] / S. Polozhaenko, O. Fomin, A. Orlov, V. Krykun, D. Lys // *IEEE Third International Conference on System Analysis & Intelligent Computing (SAIC)* (October 4-6, 2022), 2022. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/SAIC57818.2022.9923008>; ISBN:979-8-3503-9674-4; ISBN:979-8-3503-9675-1; (Springer link, IEEE Xplore Digital Library and Indexing databases (Scopus, Web of Science and etc) – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9923008/authors#authors>;
<https://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome/9922952/proceeding?isnumber=9922911&pageNumber=2>

12. Лись Д. А., Прокоф'єв А.Ю. Моделювання динамічного стану ударних хвиль у парорідинних двофазних системах [Текст] / Д. А. Лись, А. Ю. Прокоф'єв // «Сучасні Інформаційні Технології 2023»: матеріали XIII міжнародної наукової конференції студентів та молодих вчених (18-19 травня 2023 р., м. Одеса) / МОН України; Національний університет «Одеська політехніка»; Ін-т комп'ют. систем. Одеса : Наука і техніка, 2023. С. 159–161 ISSN 2708-311X URL: https://drive.google.com/file/d/1ERFn923_zrEXiPcGj8S0dbSb4K6ToDE/view

13. Лись Д. А., Прокоф'єв А. Ю. Розробка та числова реалізація математичної моделі гравітаційної хвилі на границі поділу двошарової рідинної системи [Текст] / Д. А. Лись, А. Ю. Прокоф'єв // *Інформатика та математичні методи в моделюванні*. 2023. Т. 13, № 1-2. С. 97–103. <https://doi.org/10.15276/imms.v13.no1-2.97>. (Index Copernicus, ICV 2014: 66.39 Google Scholar) URL: <http://immm.opu.ua/#a23>;
http://immm.op.edu.ua/files/archive/n1-2_v13_2023/immm_n1-2_v13_2023.pdf